ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к первому изданию . . . .

Предисловие к четвертому изданию 8

ВВЕДЕНИЕ

1. Предмет теории аналитических функций (9). 2. Аналитические функции комплексного переменного (10).

ГЛАВА I

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И ИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ

1. Геометрическое представление комплексных чисел на плоскости (12). 2. Операции над комплексными числами (13). 3. Предел последовательности (16). 4. Бесконечность и стереографическая проекция (17). 5. Множества точек на плоскости (20).

ГЛАВА II

ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО. ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ И ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

1. Функция комплексного переменного (23). 2. Предел функции в точке (23). 3. Непрерывность (25). 4. Непрерывная кривая (26). 5. Производная и дифференциал (30). 6. Правила дифференцирования (31). 7. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости во внутренней точке области (33). 8. Геометрический смысл аргумента производной (40). 9. Геометрический смысл модуля производной (42). 10. Пример: линейная и дробно-линейная функции (42). 11. Угол с вершиной в бесконечно удаленной точке (44). 12. Понятие о квазиконформных отображениях (46). 13. Гармонические и сопряженные гармонические функции (48). 14. Гидромеханическое истолкование аналитической функции (51). 15. Примеры (56).

ГЛАВА III

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ КОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ

1. Многочлен (57). 2. Точки, в которых конформность отображения нарушается (58). 3. Отображение вида $w=(z-a)^n$ (59). 4. Групповые свойства дробно-линейных преобразований (62). 5. Круговое свойство (65).

6. Инвариантность двойного отношения (68). 7. Отображение областей, ограниченных прямыми или окружностями (73) 8. Симметрия и ее сохранение (75). 9. Примеры (78). 10. Функция Жуковского (81). 11. Определение показательной функции (86). 12. Отображение посредством показательной функции (88). 13. Тригонометрические функции (93). 14. Геометрическое поведение (98). 15. Продолжение (101). 16. Однозначные ветви многозначных функций (103). 17. Функция $w=\sqrt[n]{z}$ (105). 18. Функция $w=\sqrt[n]{P(z)}$ (110). 19. Логарифм (114). 20. Общие степенная и показательная функции (119). 21. Обратные тригонометрические функции (124).

ГЛАВА IV

РЯДЫ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧЛЕНАМИ. СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ

1. Сходящиеся и расходящиеся ряды (129). 2. Теорема Коши—Адамара (131). 3. Аналитичность суммы степенного ряда (133). 4. Равномерная сходимость (136).

ГЛАВА V

ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

1. Интеграл от функции комплексного переменного (138). 2. Свойства интегралов (140). 3. Сведе́ние к вычислению обыкновенного интеграла (142). 4. Интегральная теорема Коши (144). 5. Продолжение доказательства (148). 6. Применение к вычислению определенных интегралов (150). 7. Интеграл и первообразная (158). 8. Обобщение интегральной теоремы Коши на случай, когда функция не является аналитической на контуре интегрирования (161). 9. Теорема о составном контуре (162). 10. Интеграл как функция точки в многосвязной области (165).

ГЛАВА VI

ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФОРМУЛА КОШИ И ЕЕ СЛЕДСТВИЯ

1. Интегральная формула Коши (169). 2. Разложение аналитической функции в степенной ряд. Теорема Лиувилля (171). 3. Бесконечная дифференцируемость аналитических и гармонических функций (174). 4. Замена переменной под знаком интеграла (177). 5. Теорема Морера (179). 6. Теорема Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах аналитических функций (181). 7. Принцип компактности (184). 8. Теорема единственности. Теорема Витали (189). 9. Теоремы Рунге (193). 10. Интеграл как функция параметра (198). 11. A-точки и, в частности, нули. Принцип максимума модуля (201). 12. Ряд степенных рядов (204). 13. Подстановка ряда в ряд (206). 14. Деление степенных рядов (210). 15. Разложение в степенные ряды функций $\operatorname{ctg} z$, $\operatorname{tg} z$, $\csc z$ и $\sec z$ (215). 16. Разложение гармонических функций в ряд. Интеграл Пуассона и формула Шварца (218). 17. Аналитические функции многих комплексных переменных (222).

ГЛАВА VII

РЯД ЛОРАНА. ИЗОЛИРОВАННЫЕ ОСОБЫЕ ТОЧКИ ОДНОЗНАЧНОГО ХАРАКТЕРА. ЦЕЛЫЕ И МЕРОМОРФНЫЕ ФУНКЦИИ

1. Ряд Лорана (228). 2. Теорема Лорана (231). 3. Изолированные особые точки однозначного характера (234). 4. Теорема Сохоцкого — Казорати — Вейерштрасса (239). 5. Особые точки производных и рациональных комбинаций аналитических функций (243). 6. Случай бесконечно удаленной точки (246). 7. Целые и мероморфные функции (248). 8. Теорема Миттаг-Леффлера (251). 9. Разложение целой функции в произведение (254). 10. Гамма-функция (260). 11. Интегральное представление гамма-функции (266). 12. Порядок и тип целой функции. Теоремы Адамара и Бореля (268). 13. Принцип Фрагмена — Линделефа. Индикатриса роста (275). 14. Формула Иенсена (281). 15. Первая основная теорема теории мероморфных функций (Р. Неванлинна) (285).

ГЛАВА VIII

ВЫЧЕТЫ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ. ПРИНЦИП АРГУМЕНТА. ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

1. Теорема о вычетах и ее применение к вычислению определенных интегралов (289). 2. Принцип аргумента и его следствия (295). 3. Вычет относительно бесконечно удаленной точки (301). 4. Применение теоремы о вычетах к разложению мероморфных функций на простейшие дроби (303). 5. Разложение $\sec z$, $\operatorname{ctg} z$, $\csc z$ и $\operatorname{tg} z$ на простейшие дроби (308). 6. Эллиптические функции (316).

ГЛАВА IX

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРОДОЛЖЕНИЕ. ПОНЯТИЕ РИМАНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ. ОСОБЫЕ ТОЧКИ

1. Задача аналитического продолжения (323). 2 Непосредственное аналитическое продолжение (326). 3. Построение аналитической функции по ее элементам (328). 4. Построение римановой поверхности (329). 5. Принцип симметрии Римана — Шварца (332). 6. Особые точки на границе круга сходимости степенного ряда (337). 7. Критерий для обнаружения особых точек (341). 8. Определение радиуса сходимости степенного ряда по известному расположению особых точек функции (344). 9. Изолированные особые точки многозначного характера (347). 10. Продолжение вдоль кривой. Теорема о монодромии (352). 11. Аналитическое продолжение и преобразование Бореля (358).

ГЛАВА X

ОТОБРАЖЕНИЕ ПОСРЕДСТВОМ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ. ТЕОРЕМА РИМАНА. ФОРМУЛА ХРИСТОФФЕЛЯ — ШВАРЦА

1. Отображение области посредством аналитической функции (366). 2. Принцип максимума модуля и лемма Шварца (367). 3. Локальный

критерий однолистности (369). 4. Обращение аналитической функции (370). 5. Распространение понятия однолистности на случай функций, имеющих полюсы (374). 6. Теорема Римана. Единственность отображения (375). 7. Понятие о соответствии границ. Обратная теорема (382). 8. Отображение верхней полуплоскости посредством эллиптического интеграла (388). 9. Понятие об эллиптической функции Якоби sn w Обращение ультраэллиптического интеграла (392) 10. Интеграл Христоффеля — Шварца (399). 11. Модулярная функция Шварца и малая теорема Пикара (406).

Дополнительная литература 412

Предметный указатель 414